Examenul naţional de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model ianuarie 2026

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30puncte)

5p	**1)** Arătați că cel mai mare divizor prim al numărului natural $\left\|\left(1+i\sqrt{2025}\right)^2+\left(1-i\sqrt{2025}\right)^2\right\|$ este 23, unde $i^2=-1$.
5p	**2)** Determinați valorile reale ale lui m pentru care vârful parabolei asociate funcției $f:R\to R$, $f(x)=x^2-3mx+m+7$ este situat deasupra axei Ox.
5p	**3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2x-\sqrt{x^2+9}=3$.
5p	**4)** Determinați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu numerele 5 și 3.
5p	**5)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,5)$, $B(1,1)$ și $C(5,m)$. Determinați valorile reale ale lui m pentru care triunghiul ABC este dreptunghic.
5p	**6)** Arătați că $\cos^2 20^\circ+\cos^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ+\cos^2 70^\circ=2$.

SUBIECTUL al II-lea (30puncte)

	1) Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2x+1 & 4x-1\\ x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det\left(A(-\sqrt{2})\cdot A(0)\right)$ este un număr natural.
5p	**b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ **nu** este inversabilă.
5p	**c)** Determinați numerele reale x pentru care $A^2(x)-(3x+1)\cdot A(x)=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$.
	2) Pe mulțimea $M=[0,\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\log_2\left(2^x+2^y-1\right)$.
5p	**a)** Arătați că $0\circ x=x$ pentru orice $x\in[0,\infty)$.
5p	**b)** Arătați că legea de compoziție "$\circ$" este asociativă.
5p	**c)** Determinați valorile naturale ale lui x pentru care $x\circ x\circ x=2x$.

SUBIECTUL al III-lea (30puncte)

	1) Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=\dfrac{2x+4}{\sqrt{x^2+4}}$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\dfrac{4(2-x)}{\left(x^2+4\right)\cdot\sqrt{x^2+4}}$, pentru orice $x\in R$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

5p **c)** Arătați că ecuația $f(x)=y$ admite soluție, pentru orice $y\in\left(-2,2\sqrt{2}\right]$.

2) Se consideră funcția $f:R\to R$, $f(x)=e^{-x}\left(-x^2+5x-4\right)$.

5p **a)** Determinați $m,n,p\in R$ pentru care funcția $F:R\to R,\ F(x)=e^{-x}\cdot\left(m\cdot x^2+n\cdot x+p\right)$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $[1,4]$.

5p **c)** Determinați $a\in[1,3]$ știind că $\int_1^a\frac{f(x)\cdot e^x}{4-x}dx=\frac{1}{3}\cdot\int_a^3\frac{f(x)\cdot e^x}{4-x}dx$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.sbisj.ro